

情報科学科 数式処理演習 ペア試験問題

以下の問題を Maple を用いて自力で解き，出力して提出せよ．何番をやっているかが分かるようにせよ．1，2は資料を参考にせよ．60点以下のグループは解体．

1. (a) 次の定積分を求めよ．(10点) (寺田・坂田，第3章例題10)

$$\int_0^1 \sin^{-1} \sqrt{\frac{t}{t+1}} dt$$

ただし，Maple では， $\sin^{-1} x$ は $\arcsin(x)$ で求まる．

- (b) 次の関数の極値，最大値および最小値を求めよ．(15点)(寺田・坂田，第2章例題2)

$$f(x) = x + \sqrt{4 - x^2} \quad (-2 \leq x \leq 2)$$

2. (a) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ のとき $A^2 - 5A + 4E = 0$ を示せ．

また，上の関係を利用して $A^{-1}(A^2 - 5A + 4E) = 0$ を変形して求める A^{-1} と Maple のコマンドで求める逆行列が一致することを確かめよ．(10点)(寺田・木村，第1章例題9)

- (b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ を対角化する行列 P を求めて，対角化せよ．(15点)

3. a は実数とする． x の方程式

$$(2^x + 3^x) \left(\frac{9}{2^x} + \frac{4}{3^x} \right) = a \quad (1)$$

について考える．

- (a) $X = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ とおけば，方程式(1)は X を用いて

$$\boxed{\text{ア}} X + \frac{\boxed{\text{イ}}}{X} + \boxed{\text{ウエ}} = a \quad (2)$$

となる．

方程式(2)が異なる二つの正の解を持つのは

$$a > \boxed{\text{オカ}}$$

のときである．このとき，方程式(1)は異なる二つの解をもち，それらの和は

$\boxed{\text{キク}}$ であることがわかる．

(b) $a = 50$ とする. 方程式 (2) の解は

$$X = \boxed{\text{ケ}}, \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であるから, 方程式 (1) の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\log_2 3 - \boxed{\text{ス}}}, \frac{\boxed{\text{セソ}} \log_2 3}{\log_2 3 - \boxed{\text{ス}}}$$

となる.

(10 点) (2008 年度大学入試センター追試験数学 II・数学 B, 第 1 問).

4. (2008 年度大学入試センター追試験数学 II・数学 B, 第 1 問 改) (40 点)

a は実数とする. x の方程式

$$(3^x + 4^x) \left(\frac{10}{3^x} + \frac{3}{4^x} \right) = a \quad (3)$$

について考える.

(a) $X = \left(\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \right)^x$ とおけば, 方程式 (3) は X を用いて

$$\boxed{\text{ア}} X + \frac{\boxed{\text{イ}}}{X} + \boxed{\text{ウエ}} = a \quad (4)$$

となる.

方程式 (4) が異なる二つの正の解を持つのは

$$a > \boxed{\text{オカ}}$$

のときである. このとき, 方程式 (3) は異なる二つの解をもち, それらの和は

$\boxed{\text{キク}}$ であることがわかる.

(b) $a = 30$ とする. 方程式 (4) の解は

$$X = \boxed{\text{ケ}}, \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であるから, 方程式 (3) の解は

$$x = \boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}}$$

となる.